

# მათემატიკა

1. სამაგისტრო პროგრამა: მათემატიკა, Mathematics
2. მისანიჭებელი აკადემიური ხარისხი: მათემატიკის მაგისტრი, MSc in Mathematics
3. სამაგისტრო პროგრამის ხელმძღვანელი: პროფესორი, დ. გორდეზიანი
4. სამაგისტრო პროგრამის საკვალიფიკაციო დახასიათება

## მიზანი

- მისცეს მაგისტრს თანამედროვე მიღწევათა შესაბამისი საფუძვლიანი განათლება მათემატიკაში;
- გამოუმუშავოს მას სამეცნიერო კვლევასა და სხვადასხვა პრაქტიკულ პრობლემათა გადაჭრაში მათემატიკური მეთოდების გამოყენების უნარი.

## შედეგი

მაგისტრს უნდა შეეძლოს:

- სპეციალიზაციის შესაბამისი მიმართულებით სამეცნიერო ლიტერატურის წაკითხვა და გარჩევა;
- მათემატიკური შედეგების ლოგიკურად გამართული სახით ჩამოყალიბება ზეპირი და წერილობითი ფორმით;
- მეცნიერული კვლევის წარმოება სპეციალიზაციის მიმართულებით;
- დასმული (არა მხოლოდ მათემატიკური) ამოცანის არსის ჩაწვდომა და მისი აბსტრაგირება;
- რეალური ცხოვრებიდან აღებულ სიტუაციათა მათემატიკური მოდელირება;
- ინფორმაციის მოწესრიგება, ანალიზი და შესაბამისი დასკვნების გაკეთება;
- მიღებული ცოდნის გამოყენება კონკრეტული ამოცანების გადაჭრისას.

## დასაქმების სფეროები

განათლება, მეცნიერული კვლევა, მრეწველობა, ბიზნესი, საბანკო და საფინანსო სფერო, სახელმწიფო სტრუქტურები.

## 5. ამაგისტრო პროგრამაზე მიღების წინაპირობა

ბაკალავრის აკადემიური ხარისხი მათემატიკაში, გამოყენებით მათემატიკაში, გამოთვლით მათემატიკასა და ინფორმატიკაში, კომპიუტერულ მეცნიერებებში ან სხვა მონათესავე დარგში შესაბამისი კრედიტებით საბაზო საგნებში.

ცხო ენა ინგლისური, გერმანული ან ფრანგული ცოდნა B1 დონეზე. სამუშაო გამოცდილება აუცილებელი არაა.

## მაგისტრატურაში მისაღები გამოცდის პროგრამა - მათემატიკა

1. სიმრავლის ცნება. სიმრავლეთა თანაკვეთა, გაერთიანება, სხვაობა. ქვესიმრავლე. დე მორგანის კანონები *(დამტკიცებით)*.
2. დალაგებული წყვილი. სიმრავლეთა დეკარტული ნამრავლი. ბინარული მიმართება: დალაგების მიმართება, ეკვივალენტობის მიმართება.
3. სასრული, თელადი და არათელადი სიმრავლეები.
4. სიმძლავრე, სიმძლავრეების შედარება. კანტორ-ბერნშტეინის თეორემა *(დამტკიცებით)*.
5. ნამდვილი რიცხვები. სისრულის აქსიომა. სიმრავლის ზუსტი ზედა და ქვედა საზღვრის ცნება. რიცხვითი კონტინუუმი. [12], [15], [18].
6. ფუნქცია (ასახვა). ინექციური, სურექციული და ბიექციური ასახვები. ასახვათა კომპოზიცია. ურთიერთშექცეული ასახვები. ფუნქციის გრაფიკის ცნება. [12], [15], [18].
7. რიცხვითი მიმდევრობა. შემოსაზღვრული მიმდევრობები. მიმდევრობის კრებადობა. კრებად მიმდევრობათა ზოგიერთი ზოგადი თვისება (შემოსაზღვრულობა, ზღვრის ერთადერთობა). *(დამტკიცებით)*. [12], [15], [18].
8. რიცხვითი მიმდევრობისათვის ართმეტიკული ოპერაციები და ზღვრული გადასვლები. უტოლობები და ზღვრული გადასვლები (“ორი პოლიციელის” თეორემა). *(დამტკიცებით)*. [12], [15], [18].
9. ფუნდამენტური მიმდევრობა. რიცხვითი მიმდევრობის კრებადობის კოშის კრიტერიუმი. *(დამტკიცებით)*. [12], [15], [18].
10. მონოტონური მიმდევრობები და მათი კრებადობა. *(დამტკიცებით)*. [12], [15], [18].
11. რიცხვითი მწკრივი. რიცხვითი მწკრივის კრებადობა. მწკრივის კრებადობის კოშის კრიტერიუმი. *(დამტკიცებით)*. [12], [15], [18].
12. რიცხვითი მწკრივის აბსოლუტური და პირობითი კრებადობა. მწკრივის აბსოლუტური კრებადობის კოშისა და დალამბერის ნიშანები. *(დამტკიცებით)*. მწკრივის კრებადობის ვაიერშტრასის შედარების ნიშანი. *(დამტკიცებით)*. [12], [15], [18].
13. ფუნქციის ზღვარი წერტილში; კოშისა და ჰაინეს განმარტება, მათი ტოლფასობა *(დამტკიცებით)*. [12], [15], [18].
14. ფუნქციის ზღვარი წერტილში. ზღვარზე გადასვლა და ართმეტიკული ოპერაციები. *(დამტკიცებით)*. [12], [15], [18].
15. ფუნქციის უწყვეტობა წერტილში. წყვეტის წერტილთა კლასიფიკაცია. [12], [15], [18].
16. სეგმენტზე უწყვეტი ფუნქციის თვისებები: თეორემა შუალედური მნიშვნელობის შესახებ *(დამტკიცებით)*, ვაიერშტრასის თეორემა *(დამტკიცებით)*. [12], [15], [18].
17. თანაბარი უწყვეტობა. კანტორის თეორემა *(დამტკიცებით)*.
18. წერტილში ფუნქციის წარმოებადობა. ფუნქციის წარმოებული და დიფერენციალი. წარმოებულის გეომეტრიული შინაარსი. [12], [15], [18].
19. ელემენტარულ ფუნქციათა წარმოებულები *(დამტკიცებით)*. [12], [15], [18].
20. ართმეტიკული ოპერაციები და წარმოებადობა. ფუნქციათა კომპოზიციის წარმოებული *(დამტკიცებით)*; შექცეული ფუნქციის წარმოებული *(დამტკიცებით)*. [12], [15], [18].
21. ფუნქციის მაღალი რიგის წარმოებულები. [12], [15], [18].
22. დიფერენციალური აღრიცხვის ძირითადი დებულებები: ფერმას თეორემა *(დამტკიცებით)*; ლაგრანჟის თეორემა სასრული ნაზრდის შესახებ *(დამტკიცებით)*.
23. ტეილორის ფორმულა; ნაშთითი წევრის შეფასება *(დამტკიცებით)*. [12], [15], [18].
24. ფუნქციის მონოტონურობის პირობები. შიდა ექსტრემუმის არსებობის საკმარისი პირობები პირველი და მაღალი რიგის წარმოებულების საშუალებით *(დამტკიცებით)*. [12], [15], [18].
25. ფუნქციის ამოხსნეილობა. ამოხსნეილობის საკმარისი პირობები.
26. ფუნქციის პირველადის ცნება და მისი მოძებნის ძირითადი წესები. [12], [15], [18].
27. განსაზღვრული ინტეგრალის ცნება. რიმანის ჯამები. რიმანის აზრით ფუნქციის ინტეგრებადობის აუცილებელი პირობა *(დამტკიცებით)*. [12], [15], [18].
28. სეგმენტზე უწყვეტი ფუნქციის ინტეგრებადობა *(დამტკიცებით)*. [12], [15], [18].
29. საშუალო მნიშვნელობის პირველი თეორემა *(დამტკიცებით)*. [12], [15], [18].
30. ნიუტონ -ლაიბნიცის ფორმულა *(დამტკიცებით)*. [12], [15], [18].
31. მიმართული წარმოებული მრავალი ცვლადის ფუნქციისათვის. ასახვის დიფერენციალი. წრფივი ასახვის მატრიცა. იაკობის მატრიცა. ასახვათა ჯამის, ნამრავლის დიფერენციალი. [12], [15], [18].
32. ასახვათა კომპოზიციის დიფერენციალი *(დამტკიცებით)*, შექცეული ასახვის დიფერენციალი *(დამტკიცებით)*. [12], [15], [18].

33. მრავალი ცვლადის ფუნქციის დიფერენცირებადობის საკმარისი პირობა *(დამტკიცებით)*. [12], [15], [18].
34. მრავალი ცვლადის ფუნქციის მაღალი რიგის წარმოებულები. შვარცის თეორემა *(დამტკიცებით)*. [12], [15], [18].
35. ლებეგის ზომა: გარე ზომა, ზომადი სიმრავლე, ნული ზომის სიმრავლე. [14]:თ.IX,§1-4; [20]:თ.V,§1.
36. ზომადი ფუნქციები. არითმეტიკული ოპერაციები და ზომადობა. [14]: თ.X; [20]: თ.V, §4.
37. მეტრიკა. მეტრიკული სივრცე. მაგალითები:  $R_p^n$ ,  $l_p$ ,  $C_{[a,b]}$ ,  $L_p[a,b]$ . პელდერისა და მინკოვსკის უტოლობები.
38. სისრულე: სრული და არასრული სივრცის მაგალითები; თეორემა მეტრიკული სივრცის გასრულების შესახებ. კუმშვითი ასახვის პრინციპი. [14]:თ.V, § -9,14,16,17; თ.VI; [20]: თ.II, §1-4,7.
39. ნორმირებული სივრცე: ნორმა; მაგალითები ( $C_{[a,b]}$ ,  $L_p[a,b]$ ,  $l_p$ ). [20]: თ. III, § 2,3.
40. ევკლიდური სივრცე: სკალარული ნამრავლი. კოში-ბუნიაკოვსკის უტოლობა *(დამტკიცებით)*. ევკლიდურ სივრცეთა მაგალითები. ორთონორმირებული ბაზისი. ბაზისის ორთონორმირების პირობა *(დამტკიცებით)*. ჰილბერტის სივრცე. [20]: თ. III, § 4 (1,6).
41. წრფივი ფუნქციონალი. წრფივი ფუნქციონალის ნორმა. [20]: თ. IV, § 1 (1-2)
42. წრფივი ოპერატორი. წრფივი ოპერატორის ნორმა. შექცევადობა. შექცეული ოპერატორი. [20]: თ. IV, §5 (1-6)
43. კომპლექსური რიცხვები.  
კომპლექსური რიცხვი: ნამდვილი და წარმოსახვითი ნაწილი, მოდული და არგუმენტი, ჩაწერის ფორმები. მოქმედებები კომპლექსურ რიცხვებზე, მუავრის ფორმულა. კომპლექსური სიბრტყე. კომპლექსური რიცხვთა მიმდევრობის ზღვარი, უსასრულოდ დაშორებული წერტილი, სტერეოგრაფიული პროექცია. [4], [21], [24].
44. კომპლექსური ცვლადის ფუნქციები.  
წარმოებული და დიფერენციალი. კომპლექსური ცვლადის ფუნქციის არის შიგა წერტილში ჰოლომორფულობის აუცილებელი და საკმარისი პირობები (კოში-რიმანის პირობები). კომპლექსური ცვლადის ფუნქციის წარმოებულის არგუმენტის და მოდულის გეომეტრიული ინტერპრეტაცია. კონფორმული ასახვა. ანალიზური ფუნქცია.[4], [21], [24].
45. კომპლექსური ცვლადის ელემენტარული ფუნქციები.  
ცალსახა ფუნქციები: წრფივი და წილად-წრფივი ფუნქციები, მრავალწვერი, ექსპონენტა, ტრიგონომეტრიული ფუნქციები. მრავალსახა ფუნქციები: ფუნქცია  $\sqrt[n]{z}$ , ლოგარითმი. [4], [21], [24].
46. კომპლექსურწვერებიანი მწკრივები.  
მწკრივის კრებადობა. ხარისხოვანი მწკრივი. კოში-ადამარის თეორემა *(დამტკიცებით)*. ხარისხოვანი მწკრივის ჯამის ანალიზურობა. [4], [21], [24].
47. ინტეგრალი. ინტეგრალის ძირითადი თვისებები. დაყვანა რიმანის ინტეგრალზე. [4], [21], [24].
48. კოშის ინტეგრალური თეორემა. თეორემა შედგენილი კონტურის შესახებ. [4], [21], [24].
49. კოშის ინტეგრალური ფორმულა *(დამტკიცებით)*. ანალიზური ფუნქციის ერთადერთობის თეორემა. ფუნქციის ნული, ნულის რიგი. ანალიზური ფუნქციის მოდულის მაქსიმუმის პრინციპი *(დამტკიცებით)*. [4], [21], [24].
50. ვექტორული სივრცე ველის მიმართ: აქსიომები, მაგალითები. ქვესივრცე: განსაზღვრება და მაგალითები. ბაზისი, განზომილება. [7], [8], [16], [25].
51. დეტერმინანტები და მათი ძირითადი თვისებები. [7], [8], [16], [25].
52. წრფივ განტოლებათა სისტემის თავსებადობის კრიტერიუმი: კრონეკერ-კაპელის თეორემა *(დამტკიცებით)*. ზოგადი ამონახსნი. ამონახსნთა ფუნდამენტური სისტემა. კავშირი ერთგვაროვან და არაერთგვაროვან სისტემებს შორის. [7], [8], [16], [25].
53. ვექტორული სივრცის წრფივი გარდაქმნა და მისი მატრიცი: განსაზღვრება და მაგალითები. თეორემა წრფივი გარდაქმნის არსებობის და ერთადერთობის შესახებ *(დამტკიცებით)*. წრფივი გარდაქმნის მატრიცული ჩაწერა. ოპერაციები წრფივ გარდაქმნებზე.[7], [8],[16],[25].
54. წრფე სივრცეში. წრფისა და სიბრტყის ურთიერთგანლაგება სივრცეში. [9], [13], [19], [22].
55. მეორე რიგის წირთა ორთოგონული კლასიფიკაცია. [9], [13], [19], [22].
56. მრუდწირული კოორდინატები. პირველი კვადრატული ფორმა. [1].
57. მეორე კვადრატული ფორმა. ზედაპირის მთავარი მიმართულებები და მთავარი სიმრუდეები. საშუალო და სრული სიმრუდე.

58. თეორემა მაღალი რიგის მუდმივკოეფიციენტებიანი წრფივი ერთგვაროვანი ჩვეულებრივი დიფერენციალური ზოგადი ამონახსნის წარმოდგენის შესახებ (თეორემის დამტკიცება მახასიათებელი განტოლების მარტივი ფესვების შემთხვევაში). [31-33]
59. კოშის ამოცანის დასმა და ამონახსნის ამონახსნისა და ერთადერთობის თეორემა პირველი რიგის არაწრფივი ჩვეულებრივი დიფერენციალური (თეორემის დამტკიცება). [31-33]
60. ცვლად კოეფიციენტებიანი წრფივი ჩვეულებრივი დიფერენციალური სისტემა, ფუნდამენტურ ამონახსნთა სისტემა და მისი არსებობის დამტკიცება. ზოგადი ამონახსნის ინტეგრალური წარმოდგენა(კოშის ფორმულა). [31-33]
61. მათემატიკური ფიზიკის ძირითადი განტოლებები:
  - ლაპლასის განტოლება: ძირითადი ამოცანები, ფუნდამენტური ამონახსნი, მაქსიმუმის პრინციპი.
  - სიმის რხევის განტოლება: ძირითადი ამოცანები, დალაშქრის ფორმულა, ტალღების გავრცელება.
  - სითბოს გავრცელების განტოლება: ძირითადი ამოცანები. [2] გვ.21-49, 124-186; [3] გვ.67-126; [5] გვ.50-78; [6] გვ.3-45.
62. ალბათური სივრცე (ზომადი სივრცისა და ალბათობის ცნებები). [10], [17], [26].
63. პირობითი ალბათობა, ხდომილებათა დამოუკიდებლობა. [10], [17], [26].
64. შემთხვევითი სიდიდე და მისი ფუნქციონალური მახასიათებლები: განაწილების კანონი, განაწილების ფუნქცია, განაწილების სიმკვრივე. [10], [17], [26].
65. შემთხვევითი სიდიდის რიცხვითი მახასიათებლები: მათემატიკური ლოდინი, დისპერსია.
66. ცენტრალური ზღვართი თეორემა (*დამტკიცების გარეშე*).
67. დიდ რიცხვთა კანონი (*დამტკიცების გარეშე*). [10], [17], [26].
68. შემთხვევით სიდიდეთა დამოუკიდებლობა და არაკორელირებულობა. [10], [17], [26].
69. მათემატიკური სტატისტიკის ძირითადი ცნებები: გენერალური ერთობლიობა, შერჩევა, შერჩევითი საშუალო და დისპერსია, ემპირიული განაწილების ფუნქცია. [10], [17], [26].
70. წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემის ამოხსნის გაუსის მეთოდი.
71. ლაგრანჟის და ნიუტონის საინტერპოლაციო ფორმულები. ნაშთითი წევრის შეფასება.
72. ნიუტონ-კოტესისა და გაუსის კვადრატურული ფორმულები. ნაშთითი წევრის შეფასება.
73. ეილერისა და რუნგე-კუტას მეთოდები პირველი რიგის ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებებისათვის.
74. მეორე რიგის ჩვეულებრივი წრფივი დიფერენციალური განტოლებისათვის სასაზღვრო ამოცანის ამოხსნის სხვაობიანი მეთოდი.

## ლიტერატურა:

1. ე.ალშბაია. დიფერენციალური გეომეტრია. თბილისი, 2001.
2. ა.გაგნიძე. მათემატიკური ფიზიკის განტოლებები. თსუ გამომცემლობა, 2003.
3. თ.გეგელია. მათემატიკური ფიზიკის განტოლებები I. თსუ გამომცემლობა, 1987.
4. დ.კვესელავა. კომპლექსური ცვლადის ფუნქციები. თსუ, 1966.
5. გ.კვინიკაძე. მათემატიკური ფიზიკის ამოცანათა კრებული I. თსუ გამომცემლობა, 1997.
6. გ.კვინიკაძე. მათემატიკური ფიზიკის ამოცანათა კრებული II. თსუ გამომცემლობა, 2001.
7. ა.გ.კუროში. უმაღლესი ალგებრის კურსი. თსუ, თბილისი, 1963.
8. გ.ლომაძე. ლექციები უმაღლეს ალგებრაში. თსუ, თბილისი, 2006.
9. ნ.მუსხელიშვილი. ანალიზური გეომეტრიის კურსი. თბილისი, 1951.
10. ე.ნადარაია, რ.აბსაგა, მ.ფაცაცია. ალბათობის თეორია, თსუ, 2005.
11. ა.ფილიპოვი. დიფერენციალური განტოლებების ამოცანათა კრებული. თსუ გამომცემლობა, 1989.
12. ი.ქარცივაძე. მათემატიკური ანალიზის კურსი, ტომი I. თსუ, თბილისი, 1981.
13. ა.ჩახტაური. ანალიზური გეომეტრია. თბილისი, 1961.
14. ვლ.ჭელიძე. ნამდვილი ცვლადის ფუნქციათა თეორია. თბილისი, ცოდნა, 1964.
15. ვლ.ჭელიძე, ე.წითლანაძე. მათემატიკური ანალიზის კურსი, ტ. 1. თბილისი, 1975.
16. И.М.Гельфанд. Лекции по линейной алгебре. М., 1998 (ან ნებისმიერი წინა გამოცემა).
17. Дунин-Барковский, Н.В.Смирнов. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений. Москва, «Наука», 1980.
18. В.А. Зорич. Математический анализ, часть I. изд. «Наука», М., 1981.
19. В.А.Ильин, Э.Г.Позняк. Аналитическая геометрия. Москва, Изд. «Наука», 1982.

20. А.Н.Колмогоров, С.В.Фомин. Элементы теории функций и функционального анализа. М., 1989.
21. А.И.Маркушевич. Краткий курс теории аналитических функций. «Наука», 1978.
22. Р.В.Милованов, Р.И.Тишкевич, А.С. Феденко. Алгебра и аналитическая геометрия, часть I. «Минск», 1984.
24. И.И. Привалов. Введение в теорию функций комплексного переменного. «Наука», 1984.
25. Д.К.Фаддеев. Лекции по алгебре. Москва, 2003 (ახ ნებისმიერი წინა გამოცემა).
26. Б.А.Севастьянов. Курс теории вероятностей и математической статистики. Москва, «Наука», 1988.
27. А.Н.Тихонов, А.Б.Васильева, А.Г.Свешников. Дифференциальные уравнения. Москва, Наука, 1980
28. Д.К.Фаддеев, Н.Фаддеева. Вычислительные методы линейной алгебры. Москва, 1962.
29. ჰ.მელაძე, მ.მენტეშაშვილი, ნ.სხირტლაძე. გამოთვლითი მათემატიკის საფუძვლები, ნაწ. II, თსუ, 2005.
30. ვ.კოსარევი. 12 ლექცია გამოთვლით მათემატიკაში. თბილისი: თსუ, 2003(თარგმანი).
31. Л.С.Понтрягин. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1974.
32. გ.ხაჭალია. ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებები. თბილისი, 1961.
33. А.Ф.Филиппов. Введение в теорию дифференциальных уравнений. М.: УРСС, 2004.